

# محاضرات الدفتر

القسم : تحليل رياضيات السنة : الرابعة مادة : منطق رياضيات المحاضرة : 1

1- المورفيزم، الإيزومورفيزم، الترتيبات.

تعريف 1: ~~المورفيزم~~

إذا كانت  $P$  دالة من المجموعة  $M$  إلى المجموعة  $M'$  (أي  $P: M \rightarrow M'$ )

(أي  $P: M \rightarrow M'$ )

$$P: (M, \leq) \rightarrow (M', \leq)$$

نقول عنه مورفيزم إذا

إذا مورفيزم ترتيبى ~~ال~~ دالة متتالية إذا كانت:

$$x \leq y \Rightarrow P(x) \leq P(y) ; \forall x, y \in M$$

وبالإضافة إلى أن  $P$  مورفيزم ترتيبى كانت  $P$  متباينة و  $P^{-1}$  مورفيزم ترتيبى فإشراعى  $P$  في هذه الحالة إيزومورفيزم ترتيبى.

(2)

ونقول عن الدالة  $P$  عاكس ترتيب (دالة متناقضة):

إذا تحققت الشرط:

$$x \leq y \Rightarrow P(x) \geq P(y) ; \forall x, y \in M$$

وبالإضافة إلى كونه عاكس ترتيب كانت  $P$  متباينة و  $P^{-1}$  مورفيزم عاكس ترتيب فإشراعى  $P$  إيزومورفيزم عاكس ترتيب.

مركبة

$$P: (M, \leq) \rightarrow (M', \leq)$$

$$P(x) = x^3 ; \forall x \in \mathbb{R}$$

معروفة باركة

عند هاست أن  $P$  إيزومورفيزم ترتيبى.

2- مورفيزم

إذا كانت  $P$  إيزومورفيزم ترتيبى للمجموعة  $(M, \leq)$  في المجموعة  $(M', \leq)$

وكانت المجموعة الجزئية  $A$  من  $M$  لها أصغرى  $a$  عندها فإن

$$P(a) \text{ (صورة هذا العنصر) هو هذا أصغرى للمجموعة } P(A)$$

البرهان:

ليكن  $y$  عنصراً اختيارياً من  $P(A)$  عندها يوجد عن  $x \in A$

$y = P(x)$  وبيان  $x \in A$  و  $A$  هو هذا أصغرى عندها

$x \leq a$  وبيان  $P$  مورفيزم ترتيبى فإن

$$y = P(x) \leq P(a)$$

# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

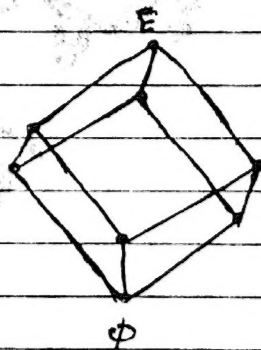
القسم :

$\Leftarrow F(A)$  هو حد أعلى للمجموعة  $F(A)$   
 - ليكن  $F$  هو حدًا أعلى ~~من~~ آخر للمجموعة  $F(A)$  ومجموعات  $F$  انزومورفيزم  
 ترتيب. إذاً يوجد  $t \in M$  بحيث  $F(t) = d$  ومنه فإن:  
 $F(A) \leq F(t)$  وبالتالي  $F(A) \leq d$   
 وهذا يعني أن  $t$  وهو حد أعلى للمجموعة  $A$  ومنه  $t$  لفرق فإن  
 $a \leq t$  ومجموعات  $F$  انزومورفيزم ترتيب. فإن:  
 $F(a) \leq F(t) = d$  وهذا يعني أن:  
 $F(a) = \sup F(A)$

الفضل الثاني  
 - تعريف: مجموعة مرتبة جزئياً هي  $(E, \leq)$  إذا كانت  $E$  مجموعة جزئية من مجموعة مرتبة جزئياً  $(E, \leq)$  ~~مجموعة مرتبة جزئياً~~  
 أمثلة:  $E = \{a, b, c\}$   $(E, \leq)$  ~~مجموعة مرتبة جزئياً~~  
 ونكتب  $a \leq b$   $\Leftrightarrow a \vee b = b$   
 $\sup \{a, b\} = a \vee b$   
 $\inf \{a, b\} = a \wedge b$

وبتلك تكون شبكة  
 مثال 1-  $E = \{a, b, c\}$   
 $(\rho(E), \leq, \vee, \wedge)$

هذه المجموعة بالنسبة لهذه العمليات تكون شبكة  
 $\{a, b, c\}$   
 $\{a\} \vee \{b\} = \{a, b\}$   
 $\{a\} \wedge \{b\} = \{a\}$   
 شكل شبكة



مثال 2-  $E = \{a, b, c\}$   
 مجموعة الخسائر الطبيعية  $(N, \leq)$  المرتبة جزئياً بعلامة  $a \leq b$   
 $a \leq b \Leftrightarrow a \vee b = b$



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

؟  $(N, \cdot, \vee, \wedge)$

$$a \vee b = \text{LCM}(a, b) \rightarrow$$

$$a \wedge b = \text{gcd}(a, b)$$

قاسم مشترك الأكبر

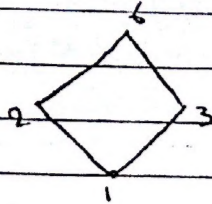
$D(6), D(20), D(30)$

$D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$

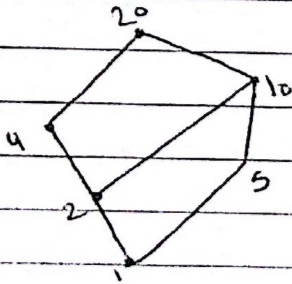
$(D(6), \cdot, \vee, \wedge)$

سؤال (3)

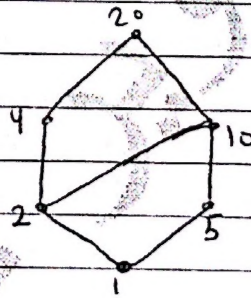
مرتبة جزئياً بالقسمة لعلاقة التامة



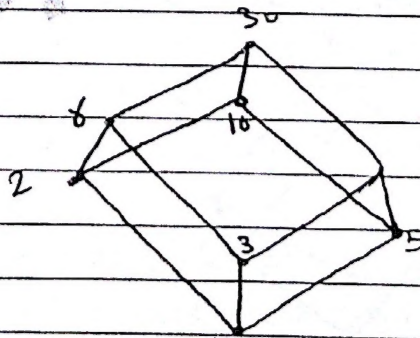
$D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$



أي



$D(30) = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$



سؤال (4) إذا كانت  $(G)$  زمرة ما وليكن  $E$  مجموعة جزئية

الزمرة الجزئية من  $G$  تحت علاقة التماثل

ان المجموعة  $(E, \cdot)$  مدمجة كما ان تقاطع اي زميرتين جزئيتين هي زمرة جزئية



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

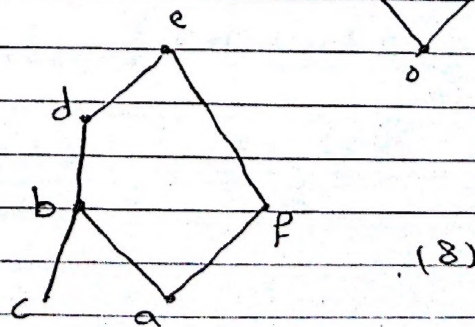
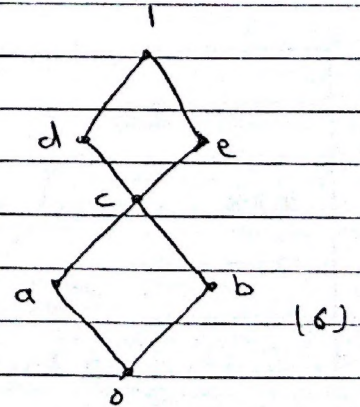
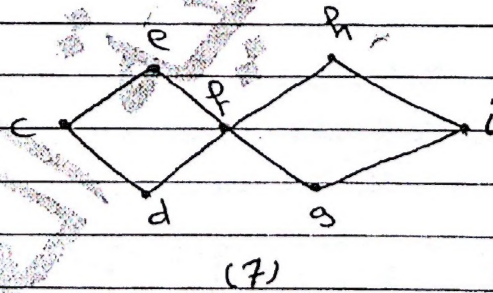
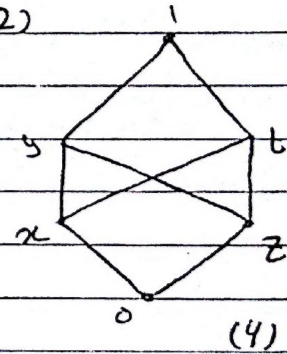
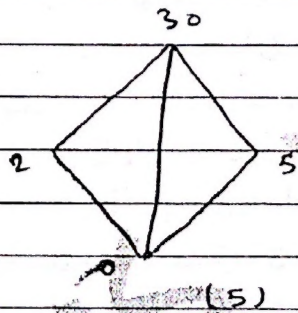
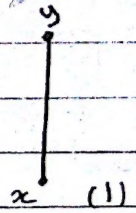
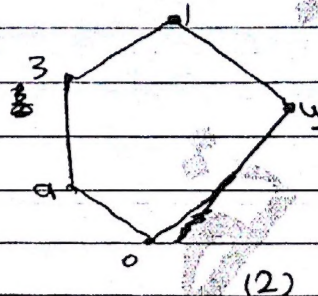
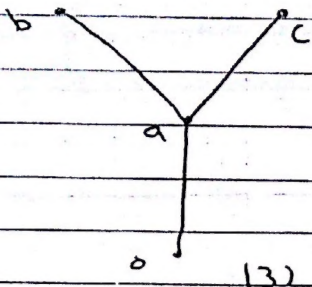
السنة :

القسم :

وبالمثل هذا التقاطع هو إلى الأبد الأعظم كما أن إلى الأعلى الأصغر لهذه المجموعة هو الزمرة الجزئية المولدة بأصغرها زميريتين جزئيتين عندئذ نستطيع القول (E, A, B, C) زميرية الجزئية للزمرة G.

مثال :

يسمى أي من الخطوط التالية - كـ زميريات وأي منها زميرية كـ زميريات.





## محاضرات الدفتر

## المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

(1) - سیکل شبکه

(2) قتل سحره

2200 is bvc

(3) ۵۰۰ - ۹۵۰

~~Exercises y 1 t = 7~~ ~~$y \wedge t = x$~~ 

(۹) - ۵۰۰ مہینے کا

~~5/2/2020~~

असि दसि (5)

(۱۶) - تکرار سبک

د۱۹ غرض وجود

evh غرموچو

(7) لا تترك صلاة الجمعة

1. عز و دلور

(8) اے کہ جبکہ

مس جو صبر و استقامت :

Signature

$(E, \gamma, V, \Lambda)$  سے پہلے جاننا  $P$  پر الحقیقت

إذا كانت

$$x \wedge x = x, \quad x \vee x = x$$

(1) خلاصة الاعمال

$$x \wedge y = y \wedge x, \quad x \vee y = y \vee x$$

(2) - 15 صورة لتبديلية

13- صلاة الجمعة

$$x \wedge (y \wedge z) = (x \wedge y) \wedge z$$

$$xv(yvz) = (xv y)vz$$

(4) في أية سيرة تَقَفْتُمْ فَاصِلَةَ الْأَمْشَارِ

$$x \wedge (x \vee y) = x$$

~~$$x \vee (x \wedge y) = x$$~~

۱۳۱۲۸۱

$$x \wedge x \leq x$$

Q1 - (1

~~$x \wedge x \rightarrow x \wedge x \wedge x \rightarrow x \wedge x \rightarrow x \wedge x$~~

$$x = x \wedge x$$

ہوا عبادت و منہ

$$x \wedge y = \inf \{x, y\} = \inf \{y, x\} = y \wedge x$$

$$\underbrace{x \wedge (y \wedge z)}_a = \underbrace{(x \wedge y) \wedge z}_b$$



# محاضرات الدفتر

المحاضرة :

المادة :

السنة :

القسم :

$$a = (x \wedge y) \wedge z \Rightarrow a \leq x \neq a \leq y \wedge z \Rightarrow a \leq x \neq a \leq y$$

$$\neq a \leq z$$

$$a \leq x \neq a \leq y \Rightarrow a \leq x \wedge y \neq a \leq z \Rightarrow$$

$$a \leq (x \wedge y) \wedge z = b \Rightarrow a \leq b \dots (1)$$

وبنفس الطريقة يتبع (2)  $b \leq a$

$$x \wedge (x \vee y) = x \dots (4)$$

لنثبت هذا أيضًا

$$x \wedge (x \vee y) \leq x \dots (1)$$

$$x \leq x \vee y$$

وبما أن  $x \leq x$  ، لهذا يمكن أن نكتب  $x$  هو  $x$  أو  $x$  هو  $x \vee y$  ومنه

$$x \leq x \wedge (x \vee y) \dots (2)$$

ومن (1) و (2) نتبع النتيجة المطلوبة

مبرهنة:  $(E, \leq, \vee, \wedge)$  و  $a, b$  عنصرين من  $E$  يتبع عندهما

ما يلي:

$$1) a \leq b \Rightarrow a \vee b = b$$

$$2) a \leq b \Rightarrow a \wedge b = a$$

انتهى دال على ذلك

النتيجة الخامسة

٨٨